Examen resuelto de la asignatura Matemáticas II PAU Andalucía 2026: convocatoria extraordinaria

Solución completa del examen de Matemáticas II de la PAU en Andalucía, convocatoria extraordinaria del 30 de junio de 2026. Incluye transcripción del enunciado y resolución paso a paso de los ejercicios obligatorios y optativos.

Nota: estas soluciones han sido resueltas con ayuda de la Inteligencia Artificial.

Transcripción del examen

PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBA DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2025-2026
MATEMÁTICAS II

Instrucciones

• Duración: 1 hora y 30 minutos.

• Todas las cuestiones deben responderse en el papel entregado para la realización del examen y nunca en los folios que contienen los enunciados.

• Este examen consta de seis ejercicios distribuidos en una parte con dos ejercicios obligatorios y una parte con dos bloques con dos ejercicios optativos cada uno.

• Se deben resolver los dos ejercicios obligatorios y solamente un ejercicio de cada uno de los dos bloques con optatividad. En caso de responder a dos ejercicios de un mismo bloque optativo, sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar.

• Cada ejercicio tiene un valor máximo de 2,5 puntos. En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

• Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas, ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

• Se proporciona la tabla de la distribución Normal. Se permite el uso de regla.

Parte obligatoria

Ejercicio 1. 2,5 puntos

La velocidad de crecimiento de la población de peces en un lago al cabo del tiempo, t en años, viene dada por:

```
P'(t) = 20 t e^(-t/10)
```

siendo P(t) la población de peces. Sabiendo que la población inicial es de 1000 peces, calcula cuántos tendrá el lago transcurridos 10 años.

Ejercicio 2. 2,5 puntos

Se sabe que la función f: R -> R definida por:

```
f(x) = x^3 + a x^2 + b x + c
```

verifica que f(1)=0, x=0 es un punto crítico de la función y la recta tangente a su gráfica en x=-1 es paralela a la recta de ecuación y+3x=0. Determina a, b y c.

Parte optativa. Bloque con optatividad 1

Ejercicio 3.1. 2,5 puntos

Una familia va al mercado semanalmente y compra tres tipos de alimentos: verdura, carne y pescado. El año pasado, en el que gastó 115 € semanales, observó que pagaba el doble en el puesto del pescado que en el de la verdura. En 2026 se ha notado un incremento de precios pues ahora gasta 19 € más que el año pasado por la misma compra, comprobando que la verdura ha subido un 12 %, la carne un 15 % y el pescado un 20 %. Calcula el precio que la familia paga semanalmente en 2026, por cada tipo de alimento.

Ejercicio 3.2. 2,5 puntos

Considera las matrices:

```
A = [[2, 2], [3, 4]]      B = [[3, 1], [2, 2]]
```

a) Halla razonadamente el determinante de una matriz X que verifica:

```
A^3 X B^t = 5 B^2 A^(-1)
```

b) Determina, si existe, una matriz Y que verifica:

```
A^3 Y B^(-1) = A^2
```

Parte optativa. Bloque con optatividad 2

Ejercicio 4.1. 2,5 puntos

Considera la recta r y el plano π:

```
r: x = -2λ,  y = -1 + 2λ,  z = 3 + 2λ
π: x - 2y + z - 3 = 0
```

a) Determina la ecuación de la recta que corta perpendicularmente a r y que está contenida en π.

b) Halla el punto simétrico de P(1,1,1) respecto de π.

Ejercicio 4.2. 2,5 puntos

Tres máquinas A, B y C producen el 45 %, 30 % y 25 %, respectivamente, del total de los coches que se producen en una fábrica. Los porcentajes de producción defectuosa de estas máquinas son del 3 %, 4 % y 5 %, respectivamente.

a) Seleccionamos un coche al azar. Calcula la probabilidad de que sea defectuoso.

b) Tomamos, al azar, un coche y resulta ser defectuoso. ¿Qué máquina tiene la mayor probabilidad de haber producido dicho coche?

Solución del examen

Ejercicio 1 resuelto

Nos dan la velocidad de crecimiento de la población y la población inicial:

```
P'(t) = 20 t e^(-t/10)
P(0) = 1000
```

Para calcular la población a los 10 años integramos la velocidad de crecimiento entre 0 y 10:

```
P(10) = P(0) + ∫[0,10] 20 t e^(-t/10) dt
```

Calculamos la integral por partes. Una primitiva es:

```
∫ 20 t e^(-t/10) dt = -(200t + 2000)e^(-t/10)
```

Evaluamos entre 0 y 10:

```
∫[0,10] 20 t e^(-t/10) dt
= [-(200t + 2000)e^(-t/10)]_0^10
= -4000/e + 2000
= 2000 - 4000/e
```

Por tanto:

```
P(10) = 1000 + 2000 - 4000/e
P(10) = 3000 - 4000/e
P(10) ≈ 1528,48
```

Respuesta: el lago tendrá aproximadamente 1528 peces transcurridos 10 años.

Ejercicio 2 resuelto

La función es:

```
f(x) = x^3 + a x^2 + b x + c
```

Primera condición:

```
f(1) = 0  =>  1 + a + b + c = 0  =>  a + b + c = -1
```

Segunda condición: x=0 es un punto crítico, por tanto f'(0)=0. Derivamos:

```
f'(x) = 3x^2 + 2ax + b
f'(0) = b = 0
```

Tercera condición: la tangente en x=-1 es paralela a y+3x=0, cuya pendiente es -3. Luego:

```
f'(-1) = -3
3(-1)^2 + 2a(-1) + b = -3
3 - 2a + 0 = -3
a = 3
```

Usamos ahora f(1)=0:

```
1 + 3 + 0 + c = 0  =>  c = -4
```

Respuesta:

```
a = 3,   b = 0,   c = -4
```

Ejercicio 3.1 resuelto

Definimos las cantidades pagadas el año pasado:

```
v = precio de la verdura
c = precio de la carne
p = precio del pescado
```

El año pasado gastó 115 € y pagaba el doble en pescado que en verdura:

```
v + c + p = 115
p = 2v
```

En 2026 gasta 19 € más, es decir, 134 €. Los nuevos precios son 1,12v, 1,15c y 1,20p:

```
1,12v + 1,15c + 1,20p = 134
```

Sustituimos p=2v en la primera ecuación:

```
v + c + 2v = 115
3v + c = 115
c = 115 - 3v
```

Sustituimos en la ecuación de 2026:

```
1,12v + 1,15(115 - 3v) + 1,20(2v) = 134
1,12v + 132,25 - 3,45v + 2,40v = 134
0,07v + 132,25 = 134
0,07v = 1,75
v = 25
```

Entonces:

```
p = 2v = 50
c = 115 - 3v = 115 - 75 = 40
```

Precios en 2026:

```
Verdura = 25 · 1,12 = 28
Carne   = 40 · 1,15 = 46
Pescado = 50 · 1,20 = 60
```

Respuesta: Verdura: 28 €; carne: 46 €; pescado: 60 €.

Ejercicio 3.2 resuelto

Calculamos los determinantes de A y B:

```
|A| = 2·4 - 2·3 = 2
|B| = 3·2 - 1·2 = 4
```

Apartado a)

La matriz X verifica:

```
A^3 X B^t = 5 B^2 A^(-1)
```

Tomamos determinantes en ambos lados:

```
|A^3 X B^t| = |5 B^2 A^(-1)|
```

Lado izquierdo:

```
|A^3| |X| |B^t| = |A|^3 |X| |B|
= 2^3 · |X| · 4
= 32|X|
```

Lado derecho. Como las matrices son de orden 2, |5M|=5^2|M|:

```
|5 B^2 A^(-1)| = 5^2 |B^2| |A^(-1)|
= 25 · |B|^2 · 1/|A|
= 25 · 4^2 · 1/2
= 200
```

Igualamos:

```
32|X| = 200
|X| = 200/32 = 25/4
```

Respuesta:

```
|X| = 25/4
```

Apartado b)

Queremos determinar Y:

```
A^3 Y B^(-1) = A^2
```

Como A y B son invertibles, despejamos Y:

```
A^(-3) A^3 Y B^(-1) = A^(-3) A^2
Y B^(-1) = A^(-1)
Y = A^(-1) B
```

Calculamos A^(-1):

```
A^(-1) = (1/2) [[4, -2], [-3, 2]]
A^(-1) = [[2, -1], [-3/2, 1]]
```

Multiplicamos:

```
Y = A^(-1) B
Y = [[2, -1], [-3/2, 1]] · [[3, 1], [2, 2]]
Y = [[4, 0], [-5/2, 1/2]]
```

Respuesta:

```
Y = [[4, 0], [-5/2, 1/2]]
```

Ejercicio 4.1 resuelto

La recta r tiene vector director:

```
v_r = (-2, 2, 2)
```

El plano π tiene vector normal:

```
n_π = (1, -2, 1)
```

Apartado a)

Buscamos una recta que corte perpendicularmente a r y que esté contenida en π. Primero hallamos el punto donde r corta al plano π.

```
x - 2y + z - 3 = 0
(-2λ) - 2(-1 + 2λ) + (3 + 2λ) - 3 = 0
2 - 4λ = 0
λ = 1/2
```

Sustituimos en r:

```
x = -2·(1/2) = -1
y = -1 + 2·(1/2) = 0
z = 3 + 2·(1/2) = 4
```

El punto de corte es Q=(-1,0,4). Un vector director de la recta buscada debe ser perpendicular a v_r y al normal del plano. Un vector válido es:

```
w = (3, 2, 1)
```

Comprobación:

```
(3,2,1)·(-2,2,2) = -6 + 4 + 2 = 0
(3,2,1)·(1,-2,1) = 3 - 4 + 1 = 0
```

Por tanto, la recta pedida pasa por Q=(-1,0,4) y tiene vector director (3,2,1):

```
s: x = -1 + 3t
   y = 2t
   z = 4 + t
```

Apartado b)

Queremos el punto simétrico de P(1,1,1) respecto del plano π:

```
π: x - 2y + z - 3 = 0
```

Coeficientes del plano:

```
a=1, b=-2, c=1, d=-3
```

Calculamos:

```
a x0 + b y0 + c z0 + d = 1 - 2 + 1 - 3 = -3
a^2 + b^2 + c^2 = 1 + 4 + 1 = 6
```

El pie de la perpendicular sobre el plano es:

```
H = P - [(a x0 + b y0 + c z0 + d)/(a^2+b^2+c^2)] (a,b,c)
H = (1,1,1) - (-3/6)(1,-2,1)
H = (1,1,1) + 1/2(1,-2,1)
H = (3/2, 0, 3/2)
```

El simétrico P' cumple H=(P+P')/2, luego:

```
P' = 2H - P
P' = (3,0,3) - (1,1,1)
P' = (2,-1,2)
```

Respuesta:

```
P' = (2, -1, 2)
```

Ejercicio 4.2 resuelto

Datos:

```
P(A)=0,45   P(B)=0,30   P(C)=0,25
P(D|A)=0,03   P(D|B)=0,04   P(D|C)=0,05
```

donde D representa “coche defectuoso”.

Apartado a)

Aplicamos el teorema de la probabilidad total:

```
P(D)=P(A)P(D|A)+P(B)P(D|B)+P(C)P(D|C)
P(D)=0,45·0,03 + 0,30·0,04 + 0,25·0,05
P(D)=0,0135 + 0,012 + 0,0125
P(D)=0,038
```

Respuesta:

```
P(D) = 0,038 = 3,8 %
```

Apartado b)

Aplicamos el teorema de Bayes para cada máquina:

```
P(A|D) = [0,45·0,03] / 0,038 = 0,0135 / 0,038 ≈ 0,3553
P(B|D) = [0,30·0,04] / 0,038 = 0,0120 / 0,038 ≈ 0,3158
P(C|D) = [0,25·0,05] / 0,038 = 0,0125 / 0,038 ≈ 0,3289
```

La mayor probabilidad corresponde a la máquina A.

Respuesta: la máquina A tiene la mayor probabilidad de haber producido el coche defectuoso.

Nota final

Estas soluciones han sido resueltas con ayuda de la Inteligencia Artificial.